

# Reproducción social, secuenciación monetaria y necesidad de adelanto

Raúl Alberto Rivera Boullosa

Versión final 3.0, octubre de 2026

Facultad de Economía  
Universidad Nacional Autónoma de México

RB · ENSAYOS 2026 · 02

## Resumen

Las condiciones de reproducción del capital social no determinan por sí mismas las condiciones monetarias de su ejecución. Este ensayo construye sucesivamente la información necesaria para pasar de una estructura reproductivamente compatible a una secuencia concreta de obligaciones, pagos, cobros y liquidaciones. Primero se representan las interdependencias de la reproducción mediante una estructura insumo-producto y se utiliza la integración vertical para atribuir requerimientos directos e indirectos a distintos destinos finales. Esta atribución productiva no constituye todavía una red monetaria: para obtener obligaciones bilaterales deben especificarse agentes y relaciones institucionales de propiedad, contratación, salario, fiscalidad y exigibilidad. Dada una red de obligaciones y un conjunto de ejecuciones admisibles, cada ejecución genera una trayectoria acumulada de posiciones monetarias. Bajo liquidación bilateral bruta, pagos completos e indivisibles, reutilización inmediata de cobros y ausencia de sobregiro o nuevo crédito, la disponibilidad inicial mínima de cada agente está determinada por el máximo déficit transitorio de su trayectoria, y el adelanto agregado por la suma de esos déficits. Esta magnitud caracteriza una reducción monetaria homogénea: cuando se introducen instrumentos heterogéneos, la factibilidad depende además de su composición, emisor, aceptabilidad y acceso. Finalmente se estudia la liquidación. Los casos analíticos muestran que reducir el volumen liquidado no implica reducir el adelanto; el orden efectivo de liquidación y la posibilidad de reutilizar cobros pueden modificarlo aun con volumen constante, mientras que una mera recolocación calendaria del mismo camino de posiciones no lo altera. El resultado general es que, bajo una arquitectura dada, la necesidad de adelanto depende de los mínimos alcanzados por las trayectorias monetarias, no del volumen de pagos ni del tiempo calendario considerados aisladamente. La financiación del adelanto y el significado económico de su eventual retorno permanecen deliberadamente abiertos.

**Palabras clave:** reproducción social; circulación monetaria; adelanto monetario; integración vertical; obligaciones; liquidación; secuenciación de pagos.

**Convención de lectura.** El ensayo distingue sistemáticamente entre antecedentes tomados de la literatura, definiciones y formalizaciones propias, consecuencias formales exactas, resultados de experimentos estilizados, resultados de la reconstrucción México 2018 y guardas de no-determinación. Una referencia documenta el antecedente o el problema vecino; no convierte una definición propia en resultado de la fuente citada. Del mismo modo, un resultado computacional de caso no se eleva a proposición general sin una demostración independiente. Esta regla de lectura es parte del método: la fuerza de una conclusión no puede superar la fuerza de las operaciones que la producen.

# I. Reproducción social

El problema puede formularse mediante una pregunta sencilla: ¿qué debe encontrarse monetariamente disponible para ejecutar una reproducción? Planteada así, sin embargo, la pregunta reúne determinaciones que conviene separar. Una estructura puede satisfacer ciertas condiciones de reproducción sin que de ello se siga quién debe pagar a quién, cuándo debe hacerlo, con qué forma monetaria puede extinguir la obligación o mediante qué procedimiento se realiza finalmente la liquidación. El propósito de este ensayo es reconstruir esas determinaciones de manera sucesiva. La sucesión es analítica, no histórica. No se afirma que una economía real atravesase primero una esfera material, después una contractual y finalmente una monetaria; se sostiene algo más preciso: una representación de la reproducción no contiene por sí misma toda la información necesaria para determinar su ejecución monetaria. Cada paso posterior deberá, por tanto, declarar qué operación adicional introduce y qué problema permite resolver. Para fijar la lógica de reproducción, consideremos una partición tripartita. Para cada departamento  $i \in \{1, 2, 3\}$ , sean  $c_i$  el capital constante consumido,  $v_i$  el capital variable y  $s_i$  el plusvalor. Designemos por  $K$ ,  $W$  y  $P$ , respectivamente, el valor del producto del departamento de medios de producción, del departamento de bienes destinados al consumo de los trabajadores y del departamento de bienes destinados al consumo de los capitalistas. Por definición de esos productos,

$$K = c_1 + v_1 + s_1, \quad W = c_2 + v_2 + s_2, \quad P = c_3 + v_3 + s_3. \quad (1.1)$$

Definamos además las magnitudes sociales agregadas

$$C \equiv \sum_{i=1}^3 c_i, \quad V \equiv \sum_{i=1}^3 v_i, \quad S \equiv \sum_{i=1}^3 s_i. \quad (1.2)$$

Bajo esta partición, una configuración de reproducción simple satisface

$$K = C, \quad W = V, \quad P = S. \quad (1.3)$$

Las primeras ecuaciones descomponen el producto; las segundas expresan condiciones de compatibilidad reproductiva. No determinan qué magnitud debe ajustarse para que las igualdades se cumplan, ni constituyen por sí mismas una teoría de la inversión, de la demanda efectiva o de la conducta capitalista. Su función es más limitada: expresar las proporciones bajo las cuales pueden reponerse los medios de producción consumidos y realizarse las partes del producto destinadas a reproducir los ingresos de trabajadores y capitalistas. Éste es el sentido en que se recuperan los esquemas de reproducción de Marx. El problema no consiste únicamente en verificar una igualdad física o contable, sino en reconstruir cómo las distintas partes del producto social pueden reponer las condiciones

de una nueva producción. Esa reproducción está atravesada, además, por las metamorfosis del capital y por actos de compra y venta que pertenecen a la circulación (Marx, 1976 [1885]; Campbell, 1998). Trigg (2006) muestra, desde otra reconstrucción, que la incorporación explícita del dinero y de la demanda agregada exige determinaciones adicionales respecto de los esquemas considerados en su forma más abstracta. La precaución es decisiva aquí: compatibilidad reproductiva  $\neq$  ejecución monetaria.

Para saber cuánto debe encontrarse adelantado no basta, por tanto, con conocer qué debe reponerse. Es necesario determinar qué pagos deberán realizar agentes concretos y qué cobros podrán reconstituir posteriormente sus posiciones. Antes de construir esa red monetaria conviene hacer explícitas las interdependencias productivas que las magnitudes agregadas condensan.

## II. Interdependencia productiva e integración vertical

Pasamos ahora a una representación multisectorial general, cuyo vocabulario notacional es distinto del utilizado para la partición tripartita anterior. Sean  $n$  el número de ramas productivas y  $J$  el número de destinos finales. Definimos

$$Z = [z_{ij}] \in \mathbb{R}_+^{n \times n}, \quad Y = (Y_1, \dots, Y_n)^T \in \mathbb{R}_+^n, \quad (2.1)$$

donde  $z_{ij}$  es la entrega intermedia de la rama  $i$  a la rama  $j$  y  $Y_i$  es la producción bruta de la rama  $i$ . Sea además

$$F = [f^{(1)} \quad \dots \quad f^{(J)}] \in \mathbb{R}_+^{n \times J}, \quad (2.2)$$

donde  $f^{(k)}$  es el vector correspondiente al destino final  $k \in \{1, \dots, J\}$ . Denotamos por  $\mathbf{1}$  el vector columna de unos de dimensión compatible, por  $I$  la matriz identidad de orden  $n$ , por  $(\cdot)^T$  la transposición y, para cualquier vector  $y$ , por  $\widehat{y} \equiv \text{diag}(y)$  la matriz diagonal formada con sus componentes. Bajo cierre contable,

$$Y = Z\mathbf{1} + F\mathbf{1}. \quad (2.3)$$

Definimos la matriz de coeficientes técnicos mediante

$$A \equiv Z\widehat{Y}^{-1}, \quad (2.4)$$

y, si  $\rho(A) < 1$ , donde  $\rho(A)$  denota el radio espectral de  $A$ , la inversa de Leontief existe:

$$L = (I - A)^{-1} = I + A + A^2 + \dots. \quad (2.5)$$

La operación económica representada por  $L$  consiste en seguir hacia atrás la producción requerida para sostener un uso final. Producir una mercancía exige medios de producción; producir esos medios exige, a su vez, otros medios de producción. La inversa acumula esa cadena de requerimientos directos e indirectos (Leontief, 1986). Esta operación

sigue perteneciendo a la representación de la reproducción material: una tabla insumo-producto permite reconstruir interdependencias productivas, pero no identifica por ello contratos, empresas pagadoras, fechas de vencimiento o transferencias monetarias concretas.

Dadas la estructura técnica  $A$  y la magnitud de ese destino, la producción bruta directa e indirectamente requerida para sostenerlo puede representarse mediante

$$Y^{(k)} = Lf^{(k)}. \quad (2.6)$$

La ecuación no afirma que  $f^{(k)}$  cause históricamente esa producción ni que una multiplicación matricial reproduzca la secuencia efectiva mediante la cual se organiza. Reconstruye los requerimientos productivos atribuibles al destino  $k$  bajo la estructura considerada. Para todos los destinos,

$$Y^{VI} = LF. \quad (2.7)$$

La operación corresponde a la noción de integración vertical desarrollada por Pasinetti (1973): las actividades productivas pueden reagruparse analíticamente según el producto o destino final que sostienen, aunque ese subsistema no coincida con una rama observada ni con una empresa jurídicamente constituida.

Para medir la participación de cada destino en la producción de cada actividad definimos

$$\Theta = \widehat{Y}^{-1}Y^{VI}, \quad \theta_{ik} = \frac{Y_{ik}^{VI}}{Y_i}. \quad (2.8)$$

Bajo cierre,

$$F\mathbf{1} = (I - A)Y, \quad (2.9)$$

por lo que

$$Y^{VI}\mathbf{1} = LF\mathbf{1} = L(I - A)Y = Y. \quad (2.10)$$

En consecuencia,

$$\Theta\mathbf{1} = \mathbf{1}. \quad (2.11)$$

La igualdad no introduce una hipótesis económica adicional; se deriva de la representación productiva y de su cierre. Cada  $\theta_{ik}$  indica la fracción de la producción de la actividad  $i$  atribuible, directa e indirectamente, al destino  $k$ .

La misma operación puede aplicarse a la reposición intermedia. Sea

$$\widehat{\theta}_k = \text{diag}(\theta_{1k}, \dots, \theta_{nk}). \quad (2.12)$$

Definimos

$$Z^{(k)} = Z\widehat{\theta}_k. \quad (2.13)$$

Como  $Z = A\widehat{Y}$  y  $\widehat{Y}\widehat{\theta}_k = \widehat{Y^{(k)}}$ , se obtiene

$$Z^{(k)} = A\widehat{Y^{(k)}}. \quad (2.14)$$

Entonces

$$Z^{(k)}\mathbf{I} = AY^{(k)}, \quad (2.15)$$

y, dado que  $(I - A)Y^{(k)} = f^{(k)}$ , resulta

$$Y^{(k)} = Z^{(k)}\mathbf{I} + f^{(k)}. \quad (2.16)$$

El producto bruto atribuido al subsistema  $k$  se divide así entre la parte que repone los medios de producción consumidos por las actividades que lo sostienen y la parte que abandona la circulación intermedia para realizar el destino final correspondiente. La integración vertical reorganiza analíticamente la reproducción social por destinos; no constituye empresas, contratos ni cajas monetarias.

Bajo la misma regla de atribución,

$$\sum_k Y^{(k)} = Y, \quad \sum_k Z^{(k)} = Z. \quad (2.17)$$

Para cualquier magnitud sectorial  $\eta$  compatible con esta descomposición puede definirse asimismo

$$\eta^{(k)} = \widehat{\theta}_k \eta, \quad \sum_k \eta^{(k)} = \eta. \quad (2.18)$$

La integración vertical utilizada aquí permite así reconstruir una lógica de la reproducción que Marx no formuló en términos de Leontief o Pasinetti. La relación debe mantenerse en esos términos: los esquemas marxianos plantean el problema de la reposición y realización de las partes del producto social; la integración vertical ofrece una herramienta posterior para descomponer formalmente las actividades que sostienen cada destino. No es necesario atribuir a Marx una formalización que no realizó para reconocer la compatibilidad entre ambas preguntas.

$$\text{atribución productiva} \neq \text{obligación monetaria}. \quad (2.19)$$

Que una parte de la producción de una rama contribuya en determinada proporción a varios destinos no implica que una factura o una deuda se fragmente en esas mismas proporciones. Una venta de 100 puede sostener productivamente dos destinos distintos y, sin embargo, constituir una única relación bilateral por 100 entre comprador y vendedor. La integración vertical reconstruye producción y reposición; todavía no constituye cajas, contratos ni obligaciones.

### III. De la reproducción a las obligaciones

Para pasar de la atribución productiva a la circulación monetaria deben identificarse relaciones institucionales bajo las cuales determinadas transacciones se convierten en obligaciones exigibles. Propiedad, organización empresarial, contrato, relación salarial, fiscalidad y vencimiento no son detalles añadidos a una red ya dada: participan en su constitución. Sea  $\mathcal{A} = \{1, \dots, N\}$  el conjunto de agentes monetariamente relevantes, donde  $N$  es su número. Sea además

$$E = \{e_1, \dots, e_Q\}, \quad Q \equiv |E|, \quad (3.1)$$

el conjunto de obligaciones monetarias, donde  $Q$  es su cardinalidad. Representamos cada obligación como

$$e = (u_e, v_e, w_e, d_e). \quad (3.2)$$

donde  $u_e$  es el agente que debe pagar,  $v_e$  el agente que debe recibir,  $w_e > 0$  el importe y  $d_e$  la fecha o condición de exigibilidad pertinente. Sea además

$$< \subseteq E \times E \quad (3.3)$$

una relación de precedencia, donde  $e < e'$  significa que la obligación  $e$  debe ejecutarse antes que  $e'$ . Cuando puede identificarse, conservamos además en la reconstrucción la genealogía productiva de cada obligación. La transición exige distinguir dos direcciones. Si el proveedor  $i$  entrega un medio de producción al comprador  $j$ , la mercancía circula en el sentido  $i \rightarrow j$ . Cuando la compraventa genera una obligación del comprador frente al proveedor, la dirección monetaria es inversa:  $j \rightarrow i$ . Sólo cuando esta correspondencia bilateral está justificada puede definirse, para la parte atribuida al destino  $k$ , la matriz de obligaciones bilaterales  $B_Z^{(k)}$  mediante

$$B_Z^{(k)} \equiv \left(Z^{(k)}\right)^\top. \quad (3.4)$$

La transposición  $(\cdot)^\top$  no descubre un registro histórico de pagos. Reconstruye la contraparte monetaria compatible con una lectura bilateral de la compraventa. Una celda de una matriz insumo-producto puede agregar muchas empresas, facturas, intermediaciones, operaciones de crédito comercial y fechas diferentes. Por ello, estructura productiva  $\neq$  obligación  $\neq$  pago observado. La distinción afecta también a la forma en que una obligación llega a ejecutarse. Una obligación por 10 liquidada mediante una única transferencia no es operacionalmente equivalente a una obligación por el mismo importe cuya convención de liquidación permite dos transferencias sucesivas de 5. En el segundo caso aparecen posiciones monetarias intermedias inexistentes

en el primero. La obligación puede permanecer jurídicamente idéntica mientras cambia el procedimiento mediante el cual se extingue; si, en cambio, sustituimos una obligación por 10 por dos obligaciones contractuales de 5, también ha cambiado  $E$ . Conviene mantener separados ambos problemas. La literatura de sistemas de pagos confirma la relevancia económica de esta distinción: el fraccionamiento de una transferencia puede modificar los requerimientos intradía de liquidez bajo determinadas arquitecturas de liquidación (Denbee & Norman, 2010). Ese antecedente no deriva la medida que utilizaremos después; muestra que la granularidad de la ejecución constituye una dimensión económicamente pertinente.

Entre las relaciones institucionalmente constituidas pueden encontrarse también obligaciones fiscales; en esta sección sólo interesa que puedan formar parte de  $E$ , mientras que la cuestión de qué formas monetarias acepta el Estado para extinguirlas se reserva para el análisis de la forma monetaria. La constitución de  $E$  tampoco determina una ejecución. Pueden existir precedencias productivas, contractuales o institucionales: una mercancía debe encontrarse disponible, una obligación debe haber nacido o un vencimiento debe haber llegado antes de que determinado pago pueda realizarse. La relación  $<$  conserva esas restricciones sin convertirlas en una regla probabilística de comportamiento. La conclusión de esta sección es negativa sólo en apariencia. La reproducción delimita el espacio dentro del cual pueden constituirse ciertas obligaciones, pero no selecciona automáticamente una red bilateral única; una vez constituida esa red, tampoco queda determinada una única sucesión de pagos. Para estudiar cuánto debe adelantarse es necesario pasar de las obligaciones a su ejecución.

## IV. Ejecución y necesidad de adelanto

Sea

$$\Pi_{\text{adm}} = \text{Lin}(<) \cap \mathcal{F}. \quad (4.1)$$

el conjunto de ejecuciones completas compatibles con las precedencias y con las demás restricciones de factibilidad reunidas en  $\mathcal{F}$ , donde  $\text{Lin}(<)$  denota las extensiones lineales de la relación de precedencia y  $\mathcal{F}$  reúne las restricciones adicionales de factibilidad. Una ejecución particular es una permutación admisible  $\pi = (e_{\pi(1)}, \dots, e_{\pi(Q)})$ . Definimos además el volumen nominal de las obligaciones como  $T \equiv \sum_{e \in E} w_e$ . La construcción de referencia introduce una abstracción deliberada: liquidación bilateral bruta, pagos completos e indivisibles, reutilización inmediata de los cobros, fungibilidad dentro de cada agente, ausencia de sobregiro y ausencia de nuevo crédito durante el horizonte considerado. Estas condiciones no pretenden describir exhaustivamente una economía monetaria; aíslan una pregunta previa: ¿qué disponibilidad debe existir antes de que los

propios cobros generados durante la circulación puedan reconstituir las posiciones monetarias?

### a. El caso mínimo

Considérese una economía formada por tres empresas,  $U$ ,  $F$ ,  $G$ , un hogar de trabajadores,  $H_w$ , y un hogar de propietarios,  $H_p$ . La empresa  $U$  produce medios de producción utilizados por  $F$  y  $G$ ; estas últimas producen los bienes consumidos por los hogares. Cada empresa paga salarios por 4 y distribuye un excedente de 2.  $F$  compra a  $U$  medios de producción por 4 y  $G$  por 2. Los trabajadores gastan íntegramente los 12 recibidos como salarios; los propietarios gastan íntegramente los 6 recibidos como excedente. Para completar la realización institucional del ejemplo suponemos que cada empresa distribuye íntegramente su excedente monetario al hogar propietario  $H_p$ .

| Operación                  | De    | A     | Importe |
|----------------------------|-------|-------|---------|
| Salario                    | $U$   | $H_w$ | 4       |
| Salario                    | $F$   | $H_w$ | 4       |
| Salario                    | $G$   | $H_w$ | 4       |
| Consumo obrero             | $H_w$ | $F$   | 6       |
| Consumo obrero             | $H_w$ | $G$   | 6       |
| Consumo capitalista        | $H_p$ | $F$   | 4       |
| Consumo capitalista        | $H_p$ | $G$   | 2       |
| Reposición interindustrial | $F$   | $U$   | 4       |
| Reposición interindustrial | $G$   | $U$   | 2       |
| Distribución del excedente | $U$   | $H_p$ | 2       |
| Distribución del excedente | $F$   | $H_p$ | 2       |
| Distribución del excedente | $G$   | $H_p$ | 2       |

Por tanto,  $T = 12 + 12 + 6 + 6 + 6 = 42$ . Las dos ejecuciones presuponen disponibles las existencias requeridas para realizar las ventas finales; la comparación modifica únicamente la sucesión monetaria de obligaciones ya constituibles. Consideremos primero una ejecución  $\alpha$ : las tres empresas pagan salarios; los hogares realizan después sus compras;  $F$  y  $G$  reponen los medios de producción adquiridos de  $U$ ; finalmente se distribuye el excedente. La menor configuración inicial que permite recorrer toda la secuencia sin posiciones negativas es

$$(U, F, G, H_w, H_p) = (4, 4, 4, 0, 6). \quad (4.2)$$

de modo que  $M_0(\alpha) = 18$ . Consideremos ahora una ejecución  $\beta$  en la que  $H_p$  realiza primero sus compras por 4 a  $F$  y por 2 a  $G$ ; después se pagan los salarios y continúan las mismas obligaciones. En ese caso,  $F$  puede pagar íntegramente su salario con el cobro

anterior, mientras G necesita adelantar sólo las 2 unidades que faltan. La configuración mínima pasa a ser

$$(U, F, G, H_w, H_p) = (4, 0, 2, 0, 6). \quad (4.3)$$

y por tanto  $M_0(\beta) = 12$ . Nada cambió en  $E$ , en la producción ni en  $T$ . Cambió la relación entre el momento de los cobros y los desembolsos: en  $\beta$ ,  $F$  y  $G$  realizan primero parte de su producto y pueden volver a utilizar ese dinero para el pago de salarios.  $M_0(\alpha) = 18 \neq 12 = M_0(\beta)$ . La realización posterior puede reconstituir una posición; no puede eliminar retrospectivamente la necesidad de haber dispuesto del medio de pago requerido para un desembolso anterior. La diferencia entre flujo nominal y disponibilidad necesaria posee un antecedente claro en Castro y Lessa (1981): una suma monetaria recibida puede volver a circular, por lo que el volumen nominal movilizado durante un período no coincide necesariamente con la cantidad de medios de pago que debe mantenerse simultáneamente disponible. Esa intuición abre el problema, pero no determina todavía cuánto necesita cada agente bajo una sucesión concreta. Para ello introducimos la trayectoria. A cada obligación le asociamos el vector

$$g_e = w_e(\mathbf{e}_{v_e} - \mathbf{e}_{u_e}). \quad (4.4)$$

donde  $\mathbf{e}_a$  es el vector unitario correspondiente al agente  $a$ . La operación económica representada es el pago:  $w_e$  unidades abandonan la posición monetaria del pagador y pasan a la del receptor.

Para una ejecución  $\pi$ , y para cada paso  $t \in \{0, \dots, Q\}$ , definimos la trayectoria acumulada

$$c^\pi(t) = \sum_{\tau=1}^t g_{e_{\pi(\tau)}}, \quad c^\pi(0) = 0. \quad (4.5)$$

El índice  $\tau$  recorre los pagos ya ejecutados y el componente  $c_a^\pi(t)$  registra, respecto de la posición inicial, los cobros acumulados menos los pagos acumulados del agente  $a \in \mathcal{A}$ . La circulación aparece así como una sucesión de posiciones: ciertos agentes adelantan dinero y reducen temporalmente su saldo; ventas y cobros posteriores pueden reconstituirlo y permitir que las mismas unidades vuelvan a funcionar como medio de pago. Si la posición de  $a$  alcanza un mínimo de  $-6$ , ese agente necesita disponer inicialmente de al menos 6 para atravesar toda la secuencia sin sobregiro. Con la convención  $[z]_+ \equiv \max\{z, 0\}$ , definimos, por tanto,

$$m_{0,a}(\pi) = \left[ - \min_{0 \leq t \leq Q} c_a^\pi(t) \right]_+, \quad (4.6)$$

y

$$M_0(\pi) = \sum_{a \in \mathcal{A}} m_{0,a}(\pi) = \sum_{a \in \mathcal{A}} \left[ - \min_{0 \leq t \leq Q} c_a^\pi(t) \right]_+. \quad (4.7)$$

Sea  $b_a \geq 0$  la disponibilidad inicial del agente. Bajo las convenciones anteriores,

$$b_a \geq m_{0,a}(\pi) \iff b_a + c_a^\pi(t) \geq 0 \quad \forall t. \quad (4.8)$$

La necesidad se obtiene en el punto donde la trayectoria alcanza su déficit máximo; la suficiencia, porque añadir  $m_{0,a}$  desplaza toda la trayectoria hasta hacerla no negativa. El resultado es exacto bajo la convención adoptada. La suma agregada tampoco puede separarse de su distribución.<sup>1</sup> La condición  $\sum_{a \in \mathcal{A}} b_a \geq M_0$  no garantiza por sí misma la ejecución si la disponibilidad se encuentra en agentes distintos de quienes deben efectuar los pagos. El adelanto es simultáneamente una magnitud agregada y una configuración de posiciones iniciales. Por ello deben distinguirse valor de los flujos,

volumen de pagos,

disponibilidad monetaria requerida.

En particular,

$$M_0 \neq T. \quad (4.9)$$

y tampoco  $M_0 \neq$  stock monetario observado  $\neq$  crédito  $\neq$  *initial finance*. El objeto relevante tampoco es el orden considerado en abstracto. Para una arquitectura dada,

$$\left\{ \min_t c_a^\pi(t) \right\}_{a \in \mathcal{A}} \implies M_0(\pi). \quad (4.10)$$

Dos secuencias distintas pueden producir el mismo adelanto si conservan los mínimos relevantes.

### *b. Casos de control*

El caso anterior es una construcción mínima diseñada para hacer visible el mecanismo. Los resultados siguientes se contrastan además con cuatro reconstrucciones históricas que cumplen funciones analíticas distintas. Deben distinguirse, en cada una, la fuente histórica de partida, la reconstrucción de la estructura y los experimentos que realizamos posteriormente sobre ella.

---

<sup>1</sup>La dependencia respecto de la distribución plantea un problema adicional de agregación. Fusionar agentes o permitir transferencias de liquidez entre sus cajas puede eliminar déficits que aparecen cuando se consideran separadamente. Queda por caracterizar bajo qué condiciones  $M_0$  es invariante frente a la agregación y cuánto de la necesidad calculada corresponde a una necesidad de disponibilidad y cuánto a la segregación institucional de esa disponibilidad. Una extensión natural consiste en introducir grados intermedios de *pooling* mediante una red de acceso a liquidez. Véanse RI-07–RI-08 y RI-27–RI-28.

Q reconstruye la circulación del *Tableau économique* de Quesnay. El corpus del proyecto conserva como fuentes primarias tanto la “Analyse de la formule arithmétique du *Tableau économique*” de 1766 como su revisión incluida en *Physiocratie* en 1768; la fijación bibliográfica de la versión que sustenta exactamente el caso numérico se mantiene explícita como cuestión documental pendiente. El caso se utiliza como control frente a una inferencia demasiado fuerte: su dominio admite varias cronologías de obligaciones, pero éstas pueden conservar una misma necesidad de adelanto. La enumeración de cronologías y el cálculo de  $M_0$  son operaciones de nuestra reconstrucción. MS parte del esquema marxiano de reproducción simple del Libro II, capítulo 20. Su red reconstruida posee una ejecución fuertemente restringida y sirve como control de casos en los que varias transformaciones del procedimiento monetario modifican el volumen de transferencias sin que necesariamente cambie la necesidad inicial. MA parte del esquema marxiano de reproducción ampliada del Libro II, capítulo 21. Su reconstrucción genera un dominio de cronologías suficientemente amplio para observar que una misma transformación institucional puede elevar  $M_0$  en unas ejecuciones y reducirlo en otras. M6S parte de la construcción de seis sectores contenida en el Manuscrito II de Marx, conservada en ME-GA II/II, pp. 443–481; el tramo directamente utilizado para circulaciones monetarias, adelantos salariales, compras y orden intrarruta corresponde a las pp. 446–460. Para la reconstrucción sectorial y el control de su procedencia se utilizan asimismo Mori (2018) y Gehrke (2018). Las obligaciones bilaterales, las precedencias no explícitas en la fuente, el espacio de ejecuciones y los cálculos de  $M_0$  pertenecen a nuestra reconstrucción y no al manuscrito de Marx. La nomenclatura Q, MS, MA y M6S designará en lo sucesivo estas reconstrucciones, no las fuentes históricas en bruto. Los experimentos de ejecución y liquidación aplicados sobre ellas son construcciones analíticas propias; no se atribuyen retrospectivamente a Quesnay o Marx. Denotamos por  $N_{\text{adm}} \equiv |\Pi_{\text{adm}}|$  el número de ejecuciones admisibles de cada caso.

| Caso | Base histórica | $N_{\text{adm}}$      | $M_0$ bruto |
|------|----------------|-----------------------|-------------|
| Q    | <i>Tableau</i> | 4                     | 600         |
| MS   | Repr. simple   | 1                     | 1000        |
| MA   | Repr. ampliada | 5040                  | 1760–4235   |
| M6S  | Seis sectores  | $7.05 \times 10^{19}$ | 50–350      |

En forma exacta, M6S posee

$$N_{\text{adm}} = 70,502,100,047,451,072,000. \quad (4.11)$$

con  $M_0 \in \{50, 100, 150, 200, 250, 300, 350\}$ .

Los conteos son combinatorios, no probabilidades económicas; las magnitudes tampoco deben ordenarse entre casos como si pertenecieran a una misma unidad, horizonte

y dominio histórico. El ejemplo 18/12 muestra que la cronología puede modificar la necesidad de adelanto; Q muestra que esa proposición no puede invertirse. Formalmente,  $\pi_1 \neq \pi_2 \not\Rightarrow M_0(\pi_1) \neq M_0(\pi_2)$ . La formulación positiva es más precisa: La cronología modifica  $M_0$  sólo en la medida en que modifica los mínimos relevantes de la trayectoria.<sup>2</sup> No diremos, por tanto, que la cronología determina por sí misma el adelanto.

## V. Del orden parcial al requerimiento distributivo

La reconstrucción anterior permite precisar ahora el paso que constituye el núcleo del argumento. Sea  $E$  el conjunto de acontecimientos monetarios ya constituido. Tener  $E$  no equivale a tener una cronología total. Las restricciones ordinales se agrupan por procedencia como

$$C = C_H \cup C_D \cup C_I, \quad (5.1)$$

donde  $C_H$  reúne restricciones estructurales,  $C_D$  restricciones documentales y  $C_I$  restricciones institucionales. Su unión induce un orden parcial  $<_C$ . El dominio ordinal está formado por las extensiones lineales compatibles:

$$\Pi_{\text{ord}}(E, C) = \text{Lin}(E, <_C). \quad (5.2)$$

Una secuencia documentada históricamente constituye evidencia de posibilidad en un contexto; no se transforma por ello en restricción universal. Ésta es la función que cumplen los órdenes discutidos por Bujarin: antecedente del problema de orden, no demostración retrospectiva de las ecuaciones construidas aquí (Bujarin, 1975).

La compatibilidad ordinal tampoco equivale a ejecutabilidad monetaria. Para estudiar esta última fijamos un régimen monetario basal  $L_0$ : pagos completos, liquidación bilateral bruta, reutilización inmediata de cobros, ausencia de sobregiro y ausencia de nuevo crédito durante la ejecución. Para una cronología  $\pi \in \Pi_{\text{ord}}(E, C)$ , el operador  $\text{Exec}_{L_0}$  genera las trayectorias monetarias:

$$\pi \xrightarrow{\text{Exec}_{L_0}} c^\pi. \quad (5.3)$$

Para cada agente  $a$ , sean  $I_a^\pi(t)$  y  $O_a^\pi(t)$  las entradas y salidas acumuladas hasta  $t$ . Entonces

$$c_a^\pi(t) = I_a^\pi(t) - O_a^\pi(t), \quad (5.4)$$

---

<sup>2</sup>Este resultado abre dos problemas distintos. Primero, caracterizar clases de ejecuciones monetariamente equivalentes respecto del adelanto, esto es, ejecuciones diferentes que preservan los mínimos relevantes de las posiciones. Segundo, dados  $E$ ,  $<$  y las restricciones de factibilidad, determinar los extremos  $M_0^{\min} = \min_{\pi \in \Pi_{\text{adm}}} M_0(\pi)$  y  $M_0^{\max} = \max_{\pi \in \Pi_{\text{adm}}} M_0(\pi)$ , idealmente sin enumerar el dominio completo. Ambos problemas permanecen abiertos. Véanse RI-01–RI-04.

y el requerimiento individual mínimo es

$$d_a^\pi = \left[ -\min_t c_a^\pi(t) \right]^+. \quad (5.5)$$

Agrupamos estos requerimientos en el vector primario

$$D^\pi = (d_a^\pi)_{a \in \mathcal{A}}, \quad (5.6)$$

y sólo después agregamos:

$$M_0^\pi = \|D^\pi\|_1 = \sum_a d_a^\pi. \quad (5.7)$$

Esta dirección es sustantiva: la necesidad monetaria es distributiva antes de ser agregada.  $M_0$  responde cuánto;  $D$  conserva además cuánto necesita cada agente. Por ello

$$M_0^\sigma = M_0^\tau \not\Rightarrow D^\sigma = D^\tau. \quad (5.8)$$

## VI. Piso terminal y exceso transitorio

El requerimiento basal puede descomponerse sin introducir una hipótesis económica adicional. Para  $E$  fijo, el saldo terminal de cada agente es invariante al orden. Definimos el piso terminal

$$B_a(E) = [-c_a^\pi(T)]^+, \quad B(E) = (B_a(E))_a, \quad B_T(E) = \sum_a B_a(E). \quad (6.1)$$

La parte del requerimiento que excede ese piso es

$$\Xi_a^\pi = d_a^\pi - B_a(E) \geq 0. \quad (6.2)$$

Por construcción,

$$\boxed{D^\pi = B(E) + \Xi^\pi}, \quad \boxed{M_0^\pi = B_T(E) + \|\Xi^\pi\|_1}. \quad (6.3)$$

Con  $E$  fijo, toda sensibilidad al orden queda localizada algebraicamente en  $\Xi^\pi$ . La palabra *algebraicamente* es decisiva: la identidad no convierte  $\Xi$  en un mecanismo causal autónomo. Atribuir un incremento del récord de déficit al acontecimiento que lo desencadena tampoco equivale al efecto causal de eliminar ese acontecimiento.

La construcción puede leerse mediante récords de déficit. Sea  $q_a^\pi(t) = [-c_a^\pi(t)]^+$  y

$$R_a^\pi(t) = \max_{s \leq t} q_a^\pi(s). \quad (6.4)$$

Sólo un nuevo mínimo de la trayectoria aumenta el requerimiento. Esta observación explica por qué el volumen bruto de pagos no determina  $M_0$ : pagos idénticos, ordenados de otra manera, pueden generar prefijos y mínimos diferentes. También impone una guarda:  $\sigma \neq \tau$  no implica  $D^\sigma \neq D^\tau$ . La secuencia puede importar; no todo cambio de orden tiene que modificar el requerimiento.

## VII. Ablación $S_3$ : cuatro testigos controlados

Para comprobar qué propiedades dependen de un ejemplo particular, se consideran tres bloques cuya posición relativa puede permutarse. El dominio completo es

$$S_3 = \{123, 132, 213, 231, 312, 321\}. \quad (7.1)$$

La batería Q-MS-MA-M6S contiene cuatro testigos con funciones distintas: traducción del Tableau, reproducción simple, reproducción ampliada y desagregación del esquema. No forman una muestra estadística; son casos controlados sobre los que se repite la misma construcción  $\pi \mapsto c^\pi \mapsto D^\pi \mapsto M_0^\pi$ . Quesnay proporciona el antecedente de circulación reproductiva; Marx, los esquemas de reproducción simple y ampliada; Bujarin documenta el problema del orden; las cronologías completas y los requerimientos son construcciones del presente análisis (Quesnay, 1974 [1758–1759]; Marx, 1976 [1885]; Bujarin, 1975).

Los resultados congelados son:

|     | 123  | 132  | 213  | 231  | 312  | 321  |
|-----|------|------|------|------|------|------|
| Q   | 600  | 900  | 900  | 600  | 600  | 900  |
| MS  | 2500 | 3500 | 3500 | 2500 | 2500 | 3500 |
| MA  | 3025 | 4235 | 4235 | 2904 | 3025 | 4147 |
| M6S | 500  | 700  | 700  | 500  | 500  | 700  |

En Q, MS y M6S la clase de menor requerimiento agregado es  $\{123, 231, 312\}$ . MA rompe esa simetría:

$$\arg \min_{\pi \in S_3} M_0^{MA}(\pi) = \{231\}, \quad (7.2)$$

$$M_0^{MA}(231) = 2904 < 3025 = M_0^{MA}(123) = M_0^{MA}(312). \quad (7.3)$$

Los órdenes 123 y 312 documentados en el expediente de Bujarin permanecen empatados en los cuatro casos, pero en MA no son mínimos globales. El resultado separa orden documentado, orden admisible, orden minimizante y orden históricamente seleccionado.

Los empates agregados revelan además información distributiva. Q tiene un empate 231/312 en 600 con soportes 1/1; MS, un empate en 2500 con soportes 3/1; MA, un empate

132/213 en 4235 con soportes 2/4; M6S, un empate 231/312 en 500 con soportes 10/2. Por tanto,  $M_0^\sigma = M_0^\tau$  no implica  $D^\sigma = D^\tau$ , y  $D^\sigma \neq D^\tau$  tampoco obliga a cambiar la cardinalidad del soporte.

## VIII. La forma monetaria del adelanto

Hasta este punto la disponibilidad ha sido tratada como una magnitud escalar, fungible y homogénea. La abstracción permite determinar cuánto debe encontrarse disponible bajo esas condiciones, pero deja abierta una pregunta distinta: ¿adelanto en qué? De  $M_0$  no se sigue qué activo o pasivo monetario debe transferirse, quién lo emite, qué obligaciones puede extinguir ni qué agentes poseen acceso directo a él. Sea

$$\mathcal{M} = \{m_1, \dots, m_R\}. \quad (8.1)$$

el conjunto de instrumentos monetarios relevantes, donde  $R \equiv |\mathcal{M}|$  es su número. Para aquellos que constituyan pasivos, sea

$$\iota : \mathcal{M}_{\text{liab}} \rightarrow \mathcal{I}. \quad (8.2)$$

la función que identifica su emisor. Para cada obligación definimos

$$\text{Acc} : E \rightarrow 2^{\mathcal{M}}. \quad (8.3)$$

donde  $\text{Acc}(e)$  contiene las formas monetarias cuya transferencia puede extinguir  $e$ ; para cada agente,

$$\text{Access} : \mathcal{A} \rightarrow 2^{\mathcal{M}}. \quad (8.4)$$

indica los instrumentos a los que posee acceso directo. La distinción fundamental es  $m \in \text{Acc}(e) \not\Rightarrow m \in \text{Access}(u_e)$ .

Un instrumento puede ser aceptable para extinguir una obligación y, sin embargo, no encontrarse directamente disponible para quien debe pagarla. Una ejecución monetariamente especificada adopta entonces la forma

$$\tilde{\pi} = \left( (e_{\pi(1)}, m_1), \dots, (e_{\pi(Q)}, m_Q) \right), \quad m_t \in \text{Acc}(e_{\pi(t)}). \quad (8.5)$$

Las posiciones dejan de ser escalares y pasan a distinguir instrumentos:  $c_a(t) = (c_{a1}(t), \dots, c_{aR}(t))$ . No existe razón para suponer que dos dotaciones de igual magnitud nominal sean operacionalmente equivalentes cuando difieren en aceptabilidad, convertibilidad o acceso. La consistencia exige que la construcción ampliada reproduzca el caso anterior cuando

$$|\mathcal{M}| = 1, \quad \text{Acc}(e) = \mathcal{M} \quad \forall e, \quad \text{Access}(a) = \mathcal{M} \quad \forall a. \quad (8.6)$$

Bajo esas condiciones, la heterogeneidad desaparece y debe recuperarse exactamente la trayectoria escalar y su correspondiente  $M_0$ . El resultado anterior permite precisar el estatuto de  $M_0$ . No hemos descubierto primero una cantidad universal de «dinero necesario» a la que después se asigna una forma institucional. Hemos determinado la disponibilidad mínima requerida bajo una reducción monetaria homogénea. Al introducir instrumentos heterogéneos, la factibilidad depende además de su composición, aceptabilidad, convertibilidad y distribución entre agentes. Por ello,  $M_0$  determina la disponibilidad mínima bajo la reducción homogénea, pero  $M_0$  no determina por sí solo una dotación monetaria factible bajo heterogeneidad. Equivalentemente, requerimiento escalar bajo homogeneidad  $\neq$  composición monetaria requerida bajo heterogeneidad. Las tradiciones monetarias relevantes intervienen aquí porque permiten relajar aspectos distintos de la abstracción inicial. Innes (1913) sitúa las relaciones de crédito y

deuda en el centro de su explicación monetaria; Knapp (1905/1924) subraya la constitución institucional y estatal de la unidad monetaria; Minsky (1986) permite distinguir pasivos monetarios por su aceptabilidad; Bell (1998, 2001) desarrolla esa diferenciación en términos de jerarquía y conecta explícitamente el orden monetario con el Estado; Wray (1998), desde la tradición chartalista, desarrolla el papel de la obligación fiscal en la demanda por moneda estatal. Estas contribuciones no determinan  $M_0$ ; especifican otra dimensión del problema. Permiten preguntar en qué forma debe existir una necesidad de disponibilidad ya construida bajo el benchmark homogéneo y qué relaciones institucionales hacen que ciertos instrumentos puedan funcionar como medios de pago. Una obligación tributaria muestra también por qué deben distinguirse la constitución de  $E$  y la forma monetaria. En la sección anterior el impuesto podía aparecer simplemente como una relación exigible del agente frente al Estado; aquí la pregunta es distinta: qué instrumentos extinguen esa obligación y quién puede acceder a ellos. La capacidad estatal para denominar y aceptar determinadas formas monetarias puede participar, por esta vía, en la constitución de su aceptabilidad sin determinar por ello el  $M_0$  obtenido bajo la reducción homogénea. Incluso una vez especificados instrumentos, emisores, aceptabilidad y acceso queda abierta otra pregunta: mediante qué procedimiento las obligaciones se convierten efectivamente en transferencias finales. Éste es el problema de la liquidación.

## IX. Composición libre y arquitectura monetaria tipada

Conocido  $D^n$ , queda abierta una pregunta distinta: en qué formas monetarias puede componerse. Como benchmark libre, si existen  $n$  instrumentos divisibles, universalmente accesibles y aceptados, cada agente satisface

$$u_{a1} + \dots + u_{an} = d_a, \quad u_{ah} \geq 0. \quad (9.1)$$

El conjunto de composiciones es

$$\mathcal{U}_{\Lambda_n}(D) = \prod_{a \in \text{supp } D} \Delta_{n-1}(d_a), \quad (9.2)$$

con

$$\dim \mathcal{U}_{\Lambda_n}(D) = (n-1)|\text{supp } D|, \quad \# \text{Vert } \mathcal{U}_{\Lambda_n}(D) = n^{|\text{supp } D|}. \quad (9.3)$$

El simplex no es todavía una teoría institucional del dinero. Cuando se relajan acceso universal, aceptación universal y libre combinación, introducimos un régimen tipado  $r$ . La factibilidad pasa a depender de la arquitectura y puede producir una frontera de mínimos incomparables:

$$\mathcal{M}_0^H(\pi, r) = \text{Min}_{\leq} F_H(\pi, r), \quad \mu_0(\pi, r) = \min_{m \in \mathcal{M}_0^H(\pi, r)} \|m\|_1. \quad (9.4)$$

La frontera vectorial precede a la escalarización. El dinero heterogéneo no implica por sí mismo una jerarquía monetaria; ésta requiere relaciones adicionales de acceso, aceptación, convertibilidad o emisión (Bell, 2001; Wray, 1998).

La arquitectura puede incluso reordenar cronologías. En M6S, el benchmark basal da  $M_0(123) = 500 < 700 = M_0(321)$ , mientras un régimen tipado del expediente produce  $\mu_0(123) = 1200 > 1000 = \mu_0(321)$ . En  $\mathcal{Q}$ , dos cronologías con el mismo vector basal,  $D_Q^{213} = D_Q^{321} = (300, 600, 0)$ , quedan distinguidas por la arquitectura. Así,  $D^\pi$  cierra el problema basal, no toda ejecución monetaria posible.

## X. Liquidación: volumen, orden, reutilización y atomicidad

Una obligación y su liquidación pertenecen a niveles distintos. La sección anterior introdujo instrumentos monetarios heterogéneos para mostrar que una necesidad escalar de disponibilidad no identifica por sí misma su composición monetaria. Para aislar ahora los efectos del procedimiento de liquidación, las comparaciones siguientes vuelven deliberadamente a la reducción monetaria homogénea de la sección IV. La heterogeneidad monetaria permanece como una extensión adicional; no varía simultáneamente con las reglas de liquidación estudiadas a continuación. Sea  $E_O$  el conjunto de obligaciones originales y definamos su volumen nominal por  $T_O \equiv \sum_{e \in E_O} w_e$ . Sea  $E_\ell$  el conjunto de transferencias que finalmente se realizan para extinguirlas. Representamos el procedimiento mediante

$$\mathcal{L} : (E_O, \pi_E) \mapsto (E_\ell, q_\ell, \pi_\ell, \mathcal{R}, \gamma, \theta). \quad (10.1)$$

donde  $q_\ell \equiv (q_s)_{s \in E_\ell}$  es el vector de importes efectivamente transferidos,  $\pi_E$  el orden de las obligaciones o instrucciones,  $\pi_\ell$  el orden de las transferencias de liquidación,  $\mathcal{R}$  la

regla que determina cuándo un cobro vuelve a estar disponible,  $\gamma$  la atomicidad y  $\theta$  la colocación calendario.

La atomicidad no debe confundirse con la indivisibilidad contractual. Una obligación puede ser indivisible y, sin embargo, formar parte de un conjunto de transferencias aplicadas secuencialmente; inversamente, varias obligaciones pueden transformarse en una sola transición de liquidación sin estados intermedios.

Para cada transferencia  $s \in E_\ell$ , con importe  $q_s$ , definimos

$$h_s = q_s(\mathbf{e}_{v_s} - \mathbf{e}_{u_s}). \quad (10.2)$$

El volumen de liquidación es

$$T_\ell = \sum_{s \in E_\ell} q_s. \quad (10.3)$$

Para una secuencia  $\pi_\ell$ ,

$$c^\ell(\mu) = \sum_{j=1}^{\mu} h_{\pi_\ell(j)}, \quad (10.4)$$

y, bajo las mismas condiciones escalares,

$$M_0(\mathcal{L}) = \sum_{a \in \mathcal{A}} \left[ -\min_{\mu} c_a^\ell(\mu) \right]_+. \quad (10.5)$$

La literatura de sistemas de pagos permite precisar la diferencia entre activo y procedimiento. Los sistemas RTGS liquidan transferencias individualmente y con finalidad conforme se procesan (CPSS, 1997); la evolución posterior de los sistemas de gran valor incorporó mecanismos destinados a reducir necesidades intradía de liquidez mediante nuevas reglas de cola, compensación y procesamiento (CPSS, 2005). Martin y McAndrews (2008) estudian mecanismos de ahorro de liquidez y el intercambio entre disponibilidad y demora, mientras Denbee y Norman (2010) examinan el fraccionamiento de pagos. Los Principles for Financial Market Infrastructures distinguen, además, el procedimiento de liquidación del riesgo asociado al activo empleado para efectuarla (CPSS-IOSCO, 2012). Debe mantenerse, por tanto,

$$\text{activo de liquidación} \neq \text{procedimiento de liquidación} \neq \text{mecanismo de financiación}. \quad (10.6)$$

### *a. Compresión*

Considérese una compensación bilateral que mantiene las obligaciones originales pero construye, a partir de obligaciones recíprocas, un nuevo conjunto de transferencias residuales de liquidación. La transformación no reescribe retrospectivamente las

relaciones de deuda que dieron origen al procedimiento:

$$E'_O = E_O. \tag{10.7}$$

Lo que cambia es la representación mediante la cual esas obligaciones se extinguen:

$$E'_\ell \neq E_\ell. \tag{10.8}$$

cuando la compensación produce objetos residuales distintos, y también puede cambiar  $\pi_\ell$ . En consecuencia, reducir  $T_\ell$  no significa reducir  $E_O$ ; significa reducir el volumen de transferencias requerido por esa regla concreta de liquidación. En la comparación utilizada aquí, el dominio completo constituye una única ventana de compensación. Las instrucciones recíprocas de cada pareja no ordenada de agentes se compensan entre sí y, cuando queda un saldo bilateral no nulo, se constituye una transferencia residual que se liquida al cierre de esa pareja, determinado por la última de sus instrucciones constituyentes.

| Caso | $T_O$ | $T_\ell$ | Resultado sobre $M_0$ |
|------|-------|----------|-----------------------|
| Q    | 2100  | 900      | 300–600               |
| MS   | 6000  | 3000     | 1000                  |
| MA   | 7051  | 3839     | ↓ 4924; ↑ 116         |
| M6S  | 1450  | 1250     | soporte 250–600       |

En las cuatro construcciones el volumen liquidado disminuye. Sin embargo, una reducción del volumen no ordena la necesidad de adelanto. En Q, el nuevo requerimiento se sitúa entre 300 y 600; en MS, el volumen se reduce a la mitad pero  $M_0$  permanece en 1000; en MA, la transformación reduce  $M_0$  en 4924 de 5040 cronologías y lo aumenta en 116; en M6S, el soporte pasa de 50–350 a 250–600.  $T_\ell < T_O \not\Rightarrow M_0^\ell < M_0^O$ . La razón se sigue de las definiciones.  $T_\ell$  suma transferencias;  $M_0$  depende de los mínimos recorridos por las posiciones. Una transformación puede eliminar débitos brutos, pero también eliminar o retrasar un cobro que habría podido reutilizarse antes de un desembolso posterior. La conclusión no es que la compensación reduzca o aumente necesariamente la necesidad monetaria: reducción del volumen liquidado  $\neq$  reducción del adelanto requerido. La palabra compensación tampoco identifica por sí sola una transformación completa. Dos procedimientos pueden generar el mismo volumen residual y, sin embargo, cerrar posiciones en momentos diferentes, ordenar de forma distinta las transferencias o permitir una reutilización distinta de los cobros. El volumen comprimido es sólo una dimensión de la arquitectura de liquidación.

### b. Orden efectivo de liquidación

La comparación anterior modifica simultáneamente la representación de la liquidación y la sucesión de sus transferencias. Para aislar el orden pueden mantenerse fijos  $E_\ell, q_\ell, T_\ell, \mathcal{R}$  y modificar únicamente  $\pi_\ell$ . Entonces  $M_0$  puede cambiar:

$$E_\ell, q_\ell, T_\ell, \mathcal{R} \text{ fijos} \Rightarrow M_0 \text{ fijo.} \quad (10.9)$$

En MS, por ejemplo,

$$M_0^{\text{FIFO}} = 1000, \quad M_0^{\text{LIFO}} = 2000. \quad (10.10)$$

En MA, exactamente 2520 cronologías reducen el requerimiento bajo la inversión considerada y 2520 lo aumentan. El resultado exige distinguir

$$\pi_E \neq \pi_\ell \quad \text{en general.} \quad (10.11)$$

en general. El orden en que nacen, vencen o se instruyen obligaciones no tiene por qué coincidir con el orden de los desplazamientos monetarios que finalmente las liquidan.

### c. Reutilización de cobros

Mantengamos ahora fijos  $E_\ell, q_\ell, T_\ell, \pi_\ell$  y modifiquemos únicamente  $\mathcal{R}$ . Bajo reutilización inmediata, un cobro recibido puede volver a funcionar como medio de pago en una transferencia posterior. Bajo una regla que inmoviliza los cobros hasta el cierre del lote, esa reconstitución no está disponible durante la ejecución. En ese caso,

$$m_{0,a}^{NR} = \sum_{s: u_s = a} q_s, \quad (10.12)$$

y, por tanto,

$$M_0^{NR} = T_\ell. \quad (10.13)$$

La igualdad resulta de la restricción introducida: si ningún ingreso generado dentro del lote puede volver a utilizarse, toda la suma de los desembolsos debe encontrarse previamente distribuida entre quienes han de realizarlos. Así,  $E_\ell, q_\ell, T_\ell, \pi_\ell$  fijos  $\Rightarrow M_0$  fijo. Recibir dinero y poder volver a adelantarlos inmediatamente son operaciones distintas.

### d. Atomicidad

Finalmente, puede mantenerse el mismo conjunto de transferencias y aplicar todas ellas en una sola transición. Al desaparecer los prefijos internos, el requerimiento queda reducido a

$$M_0^{\text{atomic}} = \sum_{a \in \mathcal{A}} \left[ - \sum_{s \in E_\ell} h_{a,s} \right]_+. \quad (10.14)$$

En Q, MS y M6S esta magnitud es cero; en MA es 209 debido a la posición terminal cruzada del dominio considerado. El experimento no demuestra que la liquidación simultánea sea institucionalmente posible ni deseable. Aísla una propiedad distinta: los déficits transitorios sólo pueden aparecer en estados efectivamente recorridos.

## XI. Tiempo monetariamente efectivo

Que el orden de las transferencias pueda modificar el adelanto no implica que toda diferencia temporal sea monetariamente relevante. Sea

$$c_a^\ell(0) = 0, \quad c_a^\ell(j) = \sum_{k=1}^j h_{a, \pi_\ell(k)} \quad (\text{II.1})$$

la secuencia de posiciones generada por una misma lista ordenada de transferencias. Supongamos fijos  $E_\ell, q_\ell, \pi_\ell, \mathcal{R}, \gamma$  y sea  $\theta$  únicamente una colocación de esas mismas transferencias en el calendario. Supongamos además que los intervalos introducidos no generan intereses, nuevos vencimientos, crédito, pagos adicionales ni cualquier otro flujo capaz de modificar las posiciones.

Dos calendarios distintos,  $\theta_1 \neq \theta_2$ , pueden entonces ejecutar exactamente la misma sucesión

$$c_a^\ell(0), c_a^\ell(1), \dots, c_a^\ell(|E_\ell|). \quad (\text{II.2})$$

Como el conjunto de posiciones recorridas no cambia, tampoco cambian sus mínimos:  $M_0(\theta_1) = M_0(\theta_2)$ . La igualdad se verifica en todas las ejecuciones de los cuatro casos utilizados: 4/4 en Q, 1/1 en MS, 5040/5040 en MA y, por identidad del operador de eventos, en las 70,502,100,047,451,072,000 cronologías admisibles de M6S. El resultado no sostiene que el tiempo histórico sea económicamente irrelevante. Un intervalo adicional puede generar intereses, activar vencimientos, modificar líneas de crédito, introducir nuevos salarios o ventas, alterar precios o producir incumplimientos; en cualquiera de esos casos la trayectoria monetaria deja de ser la misma. Lo demostrado es más restringido: tiempo calendario  $\neq$  tiempo monetariamente efectivo de la circulación. Una relocalización puramente calendaria de un mismo camino monetario no altera una magnitud definida exclusivamente por los mínimos de ese camino. El análisis anterior permite separar dos proposiciones. La primera no requiere que las trayectorias compartan un reloj:  $M_0$  queda ordenado por los mínimos finalmente alcanzados por cada posición. La segunda, más fuerte, compara trayectorias punto por punto cuando existe un índice común. Para cualquier arquitectura escalar,

$$M_0 = \sum_{a \in \mathcal{A}} \left[ - \min_j c_a^\ell(j) \right]_+. \quad (\text{II.3})$$

Por ello, si dos organizaciones satisfacen

$$\min_j c_a^{S,(1)}(j) \geq \min_j c_a^{S,(0)}(j) \quad \forall a, \quad (11.4)$$

entonces

$$m_{0,a}^{(1)} \leq m_{0,a}^{(0)} \quad \forall a, \quad (11.5)$$

y, en consecuencia,

$$\min_j c_a^{S,(1)}(j) \geq \min_j c_a^{S,(0)}(j) \quad \forall a \implies M_0^{(1)} \leq M_0^{(0)}. \quad (11.6)$$

Cuando ambas trayectorias se encuentran definidas sobre un índice común, una condición suficiente más fuerte es

$$c_a^{S,(1)}(t) \geq c_a^{S,(0)}(t) \quad \forall a, t. \quad (11.7)$$

Esta dominancia por prefijos implica necesariamente la desigualdad entre los mínimos, pero no es necesaria para obtenerla. El objeto que determina  $M_0$  no es la posición relativa en cada instante, sino el déficit máximo finalmente alcanzado por cada agente. Los distintos resultados pueden ahora reunirse. La compresión modifica los vectores de transferencia y puede eliminar cobros reutilizables; el orden de liquidación modifica los prefijos recorridos; la reutilización modifica el momento a partir del cual un ingreso vuelve a funcionar como poder de pago; la atomicidad modifica la existencia misma de estados intermedios. Una recolocación calendaria pura no modifica ninguno de esos objetos. Por tanto,  $M_0$  es un funcional de los mínimos de la trayectoria de posiciones monetarias inducida por una arquitectura concreta de ejecución.<sup>3</sup>

## XII. México 2018: reconstrucción, secuencia y recomposición

La aplicación México 2018 conserva la misma disciplina. La Matriz de Insumo-Producto del INEGI proporciona una estructura productiva observada, no una red histórica de transferencias bancarias. Por ello escribimos

$$H^{IO} = (Z, x, F), \quad (H^{IO}, \chi) \mapsto E^{IO}, \quad (12.1)$$

---

<sup>3</sup>El criterio caracteriza la disponibilidad requerida para ejecutar una trayectoria dada, pero todavía no su robustez. Una secuencia con menor  $M_0$  puede depender críticamente de que determinados cobros ocurran antes de desembolsos posteriores y ser, por ello, más sensible a retrasos, impagos o reducciones de transferencias. Queda abierto definir una medida de fragilidad de la ejecución y estudiar si existe una frontera entre necesidad de adelanto, demora y robustez. En particular, minimizar  $M_0$  no equivale, sin supuestos adicionales, a seleccionar una arquitectura económicamente óptima. Véanse RI-24–RI-25.

con las guardas

$$H^{IO} \not\Rightarrow E^{IO}, \quad E^{IO} \neq E^{obs}. \quad (12.2)$$

El adaptador  $\chi$  fija las convenciones necesarias para convertir relaciones agregadas en acontecimientos monetarios analíticos. La reconstrucción usa la MIP 2018 publicada por INEGI (2023). El fixture congelado contiene 24 cuentas analíticas y 779 acontecimientos padre.

Para la cronología canónica  $\pi_0$  se obtiene

$$M_0(\pi_0) = 29,034,312.561, \quad (12.3)$$

y para la reversa exacta  $\pi_R$ ,

$$M_0(\pi_R) = 27,353,172.000. \quad (12.4)$$

Ambas comparten

$$B_T(E) = 17,713,845.345. \quad (12.5)$$

Por tanto, toda la diferencia se localiza en el componente transitorio:

$$\|\Xi^{\pi_0}\|_1 = 11,320,467.216, \quad (12.6)$$

$$\|\Xi^{\pi_R}\|_1 = 9,639,326.655, \quad (12.7)$$

$$\Delta M_0 = \Delta \|\Xi\|_1 = 1,681,140.561. \quad (12.8)$$

La reversa reduce el requerimiento agregado, pero aumenta la extensión distributiva:  $|A_+(\pi_0)| = 21$  y  $|A_+(\pi_R)| = 22$ . Para dos instrumentos libres, la dimensión de  $\mathcal{U}_{\Lambda_2}$  pasa así de 21 a 22. Menor requerimiento agregado no implica menor extensión ni menor dimensionalidad de la composición monetaria.

La reconstrucción es además sensible al nivel de resolución. Bajo perímetro y cronología analítica comunes se obtienen

$$M_0^{20} = 32,636,695.797, \quad M_0^{78} = 34,662,104.672, \quad M_0^{263} = 35,167,637.837. \quad (12.9)$$

En este fixture, una mayor desagregación externaliza relaciones que a resoluciones más gruesas permanecen internalizadas. El patrón observado no constituye un teorema general de monotonicidad con la desagregación.

La integración vertical permite además atribuir acontecimientos a destinos finales. Sea  $\mathcal{K}$  el conjunto abstracto de destinos;  $K$  se reserva a la etiqueta empírica de formación de capital. Dadas reglas explícitas,

$$(E^{IO}, \Theta, \text{reglas}) \xrightarrow{\omega \Omega} \{E^{(k)}\}_{k \in \mathcal{K}}. \quad (12.10)$$

La atribución no crea nuevas obligaciones históricas: descompone analíticamente acontecimientos padre. Los destinos CP, CG, K, INV y EXP generan 3,475 acontecimientos hijos. Ejecutados aisladamente requieren

$$\sum_k M_{0,k} = 38,185,845.706. \quad (12.11)$$

Sea  $\pi_k$  la cronología interna de cada subsistema y

$$\rho \in Sh(\pi_1, \dots, \pi_{|\mathcal{X}|}) \quad (12.12)$$

una recomposición que preserva los órdenes internos. Definimos

$$\Lambda(\rho) = \sum_k M_{0,k} - M_0(\rho) \geq 0. \quad (12.13)$$

Para la recomposición *parent-grouped*,  $M_0(\rho) = 29,034,312.561$  y

$$\Lambda = 9,151,533.145. \quad (12.14)$$

La descomposición exacta es

$$\boxed{\Lambda(\rho) = \Lambda_B + \Lambda_{\Xi}(\rho)}, \quad (12.15)$$

con

$$\Lambda_B = 9,577,977.688, \quad \Lambda_{\Xi} = -426,444.544. \quad (12.16)$$

Por tanto,  $\Lambda > 0$  puede coexistir con  $\Lambda_{\Xi} < 0$ . El ahorro agregado de recomposición no equivale automáticamente a ahorro por reutilización temporal: en este caso el componente terminal compensa más que proporcionalmente un empeoramiento transitorio.

### XIII. Retorno, reflujo y frontera de financiación

La reducción de una necesidad de liquidez, la reutilización de cobros y el retorno del dinero son conceptos distintos. Para evitar una identificación prematura distinguimos cierre terminal (TC), retorno de balances (BR), retorno por circuito (RC), reflujo identificado (RI) y reflujo documentado (RD). La cadena de exigencia puede escribirse

$$RD \Rightarrow RI \Rightarrow RC \Rightarrow BR, \quad (13.1)$$

pero las implicaciones inversas no son automáticas. En particular,

$$TC \nRightarrow RI, \quad BR \nRightarrow RI, \quad RC \nRightarrow RI. \quad (13.2)$$

Que una posición vuelva matemáticamente a su valor inicial no identifica por sí mismo el significado económico del retorno. Hace falta especificar qué magnitud retorna, a quién, por qué relación económica y bajo qué criterio se considera cerrado el circuito.

La misma cautela rige para la financiación.  $M_0^\pi$  es una necesidad de disponibilidad bajo una arquitectura y un régimen de ejecución; no es por definición crédito bancario, cantidad de dinero creada, fondo de salarios ni *initial finance*. La teoría monetaria de la producción de Graziani ofrece el antecedente más cercano para estudiar creación de depósitos, financiación inicial, circulación y cancelación, pero la relación debe construirse y no imponerse (Graziani, 1989, 2003). Una teoría posterior deberá distinguir stock disponible al comienzo, flujos financieros creados durante la ejecución y pasivos pendientes al final. Sólo entonces podrá preguntarse qué parte de  $M_0$  debe financiarse externamente y bajo qué instituciones.

## Conclusión

Partimos de una pregunta aparentemente sencilla: ¿cuánto dinero debe estar disponible para ejecutar una reproducción? La dificultad consistió en mostrar que ninguno de los objetos inicialmente disponibles podía responderla por sí solo. Las condiciones de reproducción delimitaron relaciones de reposición y realización, pero no determinaron una red bilateral de obligaciones. La representación insumoproducto hizo explícitas las interdependencias directas e indirectas, pero una celda productiva no se convirtió por ello en un pago observado. La integración vertical permitió atribuir requerimientos y reposición a distintos destinos finales, pero esa atribución tampoco constituyó contratos. Fue necesario introducir agentes, relaciones institucionales, obligaciones y precedencias. Las obligaciones, a su vez, no determinaron una ejecución única. Distintas ejecuciones compatibles con una misma red generaron trayectorias monetarias diferentes. En el caso mínimo, las mismas obligaciones y el mismo volumen de 42 exigieron un adelanto de 18 bajo una ejecución y de 12 bajo otra. Sin embargo, el control de  $Q$  mostró

también que dos órdenes distintos pueden conservar el mismo adelanto. La determinación relevante no es, por tanto, «el orden» considerado en abstracto, sino los déficits transitorios que ese orden genera. El máximo déficit permite definir con precisión la disponibilidad inicial mínima:

$$M_0(\pi) = \sum_{a \in \mathcal{A}} \left[ - \min_t c_a^\pi(t) \right]_+ . \quad (13.3)$$

Esta magnitud tampoco determina su propia realización monetaria fuera del benchmark homogéneo. Una vez abandonada la hipótesis de un instrumento fungible y universalmente accesible, es necesario distinguir emisor, aceptabilidad, acceso y composición. El  $M_0$  escalar determina la disponibilidad mínima bajo la reducción homogénea; no de-

termina por sí solo una dotación factible cuando los instrumentos son heterogéneos. La liquidación introduce una nueva separación. Las obligaciones originales pueden permanecer mientras cambia el conjunto de transferencias mediante el cual se extinguen. Reducir el volumen de esas transferencias no garantiza reducir el adelanto; el orden efectivo puede modificarlo con volumen constante; la reutilización de cobros constituye un canal independiente; la atomicidad modifica los estados intermedios recorridos. En cambio, el mero desplazamiento calendario de un camino monetario idéntico no altera sus mínimos. Las principales no-implicaciones pueden reunirse como

$$\text{reproducción} \not\Rightarrow E \text{ único}, \quad (13.4)$$

$$E \not\Rightarrow \pi \text{ única}, \quad (13.5)$$

$$\pi_1 \neq \pi_2 \Rightarrow M_0(\pi_1) \neq M_0(\pi_2), \quad (13.6)$$

$$T_\ell < T_O \Rightarrow M_0^\ell < M_0^O, \quad (13.7)$$

$$\theta_1 \neq \theta_2 \Rightarrow M_0(\theta_1) \neq M_0(\theta_2). \quad (13.8)$$

Lo que sobrevive a esas negaciones es la trayectoria de posiciones monetarias y, más exactamente, los mínimos alcanzados por cada agente durante ella. La construcción delimita también aquello que todavía no explica. Que un agente necesite un adelanto no identifica el mecanismo que lo proporciona. El requerimiento puede cubrirse mediante disponibilidades previamente acumuladas, crédito comercial, crédito bancario, creación de depósitos, transferencia de activos líquidos u otros dispositivos institucionales. Introducir alguno de ellos exige determinar financiador, instrumento, momento de creación, utilización y cancelación. La teoría monetaria de la producción de Graziani (2003) ofrece un marco especialmente pertinente para estudiar esa

frontera, pero identificar desde ahora  $M_0$  con *initial finance* eliminaría precisamente una distinción que el análisis ha permitido construir.<sup>4</sup> Tampoco basta que una posición vuelva matemáticamente a cero para hablar de reflujo. Deben mantenerse separados conservación monetaria, recuperación de una posición, reposición material, retorno del capital-dinero y cancelación de una financiación. El resultado obtenido es anterior a esas dos cuestiones. Antes de investigar quién proporciona el dinero y cómo retorna, era necesario determinar qué debe encontrarse adelantado, bajo qué condiciones y por qué.

---

<sup>4</sup>La investigación posterior debe tratar la financiación como una construcción adicional y no como una reinterpretación de  $M_0$ . Determinado un vector de necesidades iniciales  $\mathbf{m}_0$ , resta especificar quién proporciona esas disponibilidades, mediante qué instrumento, en qué momento y bajo qué condiciones de cancelación. Del mismo modo, recuperación de una posición monetaria, retorno del capital-dinero y cancelación de la financiación no son idénticos por definición. Una extensión deberá establecer las condiciones bajo las cuales estas operaciones coinciden y aquellas bajo las cuales se separan. Véanse RI-16–RI-17 y RI-21–RI-22.

## Referencias

- Bell, S. (1998). The hierarchy of money (Working Paper No. 231). Levy Economics Institute.
- Bell, S. (2001). The role of the state and the hierarchy of money. *Cambridge Journal of Economics*, 25(2), 149–163.
- Campbell, M. (1998). Money in the circulation of capital. In C. J. Arthur & G. Reuten (Eds.), *The circulation of capital: Essays on volume two of Marx's Capital*. Macmillan.
- Castro, A. B. de, & Lessa, C. F. (1981). *Introducción a la economía: Un enfoque estructuralista*. Siglo XXI Editores.
- Committee on Payment and Settlement Systems. (1997). *Real-time gross settlement systems*. Bank for International Settlements.
- Committee on Payment and Settlement Systems. (2003). *The role of central bank money in payment systems*. Bank for International Settlements.
- Committee on Payment and Settlement Systems. (2005). *New developments in large-value payment systems*. Bank for International Settlements.
- Committee on Payment and Settlement Systems, & Technical Committee of the International Organization of Securities Commissions. (2012). *Principles for financial market infrastructures*. Bank for International Settlements.
- Denbee, E., & Norman, B. (2010). *The impact of payment splitting on liquidity requirements in RTGS* (Working Paper No. 404). Bank of England.
- Graziani, A. (2003). *The monetary theory of production*. Cambridge University Press.
- Innes, A. M. (1913). What is money? *The Banking Law Journal*, 30, 377–408.
- Knapp, G. F. (1924). *The state theory of money*. Macmillan. (Original work published 1905).
- Leontief, W. (1986). *Input-output economics* (2nd ed.). Oxford University Press.
- Martin, A., & McAndrews, J. (2008). *Liquidity-saving mechanisms*. *Journal of Monetary Economics*, 55(3), 554–567.
- Marx, K. (1978). *Capital: A critique of political economy: Vol. 2* (D. Fernbach, Trans.). Penguin Books. (Original work published 1885).

- Minsky, H. P. (1986). *Stabilizing an unstable economy*. Yale University Press.
- Pasinetti, L. L. (1973). The notion of vertical integration in economic analysis. *Metroeconomica*, 25(1), 1–29.
- Trigg, A. B. (2006). *Marxian reproduction schema: Money and aggregate demand in a capitalist economy*. Routledge.
- Wray, L. R. (1998). *Money and taxes: The chartalist approach* (Working Paper No. 222). Levy Economics Institute.

## Apéndice A. Reconstrucción de los casos

Este apéndice fija la interfaz entre las fuentes históricas y los objetos computables empleados en el cuerpo. Su función es preservar la cadena fuente histórica  $\rightarrow$  reconstrucción  $\rightarrow$  experimento propio sin atribuir retrospectivamente a los textos históricos objetos que sólo aparecen en nuestra formalización. Q. El expediente del proyecto conserva como fuentes primarias la “Analyse de la formule arithmétique du Tableau économique” (1766) y la revisión incluida en Physiocratie (1768). Antes de cerrar la referencia bibliográfica definitiva debe fijarse cuál de ambas versiones sustenta exactamente la reconstrucción numérica utilizada. El conjunto de obligaciones, sus precedencias, las cuatro ejecuciones admisibles y el cálculo de  $M_0$  pertenecen a la reconstrucción. MS. El caso parte de la reproducción simple del Libro II, capítulo 20, de Capital. La fuente autoriza las relaciones de reproducción utilizadas; la traducción a obligaciones bilaterales, precedencias y ejecución pertenece a la reconstrucción. MA. El caso parte de la reproducción ampliada del Libro II, capítulo 21. La fuente proporciona la estructura reproductiva de partida; el dominio de 5040 cronologías y los cálculos de adelanto son construcciones analíticas posteriores. M6S. El caso parte de la construcción de seis sectores del Manuscrito II de Marx, MEGA II/II, pp. 443–481. El expediente utiliza directamente las pp. 446–460 para circulaciones monetarias, adelantos salariales, compras y órdenes intrarruta. Mori (2018) proporciona la normalización moderna  $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$ , y Gehrke (2018) sirve como control de procedencia y de distinción respecto de manuscritos posteriores. Las obligaciones bilaterales, las precedencias no explícitas,  $\Pi_{\text{adm}}$ ,  $\mathcal{L}$  y  $M_0$  no son objetos entregados por Marx: pertenecen a nuestra reconstrucción.

## Apéndice B. Especificación de los experimentos de liquidación

La comparación basal utiliza liquidación bilateral bruta, pagos completos e indivisibles, reutilización inmediata de cobros, fungibilidad monetaria dentro de cada agente y ausencia de sobregiro o nuevo crédito durante el horizonte. Compensación bilateral. El dominio completo constituye una única ventana. Para cada pareja no ordenada de agentes se compensan las instrucciones recíprocas; si el saldo bilateral es no nulo, se genera una transferencia residual. El cierre de la pareja se fija en la última instrucción constituyente. Las obligaciones originales  $E_O$  no se reescriben; cambia  $E_\ell$  y, con él, puede cambiar la trayectoria de liquidación.

*Orden.* Manteniendo fijos  $E_\ell, q_\ell, T_\ell$  y  $\rho$ , se modifica exclusivamente  $\pi_\ell$ . Las comparaciones FIFO/LIFO aíslan este canal.

*Reutilización.* Manteniendo fijos  $E_\ell, q_\ell, T_\ell$  y  $\pi_\ell$ , se modifica  $\rho$ . En la variante sin reutilización intralote, ningún cobro puede financiar una transferencia posterior del mismo lote y se obtiene  $M_0^{NR} = T_\ell$ . *Atomicidad.* Las transferencias se aplican en una única transición, eliminando los estados intermedios. El requerimiento se reduce a la posición terminal negativa agregada por agente.

*Calendario.* Se mantienen fijos  $E_\ell, q_\ell, \pi_\ell, \mathcal{R}$  y  $\alpha$ , y sólo se recolocan las transferencias en el calendario. Si los intervalos no generan intereses, vencimientos, crédito, pagos adicionales ni otros flujos que alteren las posiciones, la secuencia  $c_a^\ell(j)$  permanece idéntica y  $M_0$  es invariante.

RB · ENSAYOS 2026 · 02

Raúl Alberto Rivera Boullosa  
Facultad de Economía  
Universidad Nacional Autónoma de México

Versión de circulación · octubre de 2026

Se agradecen comentarios.

[raulboullosa.com](http://raulboullosa.com)

[boullosaraul@gmail.com](mailto:boullosaraul@gmail.com)

## Apéndice C. Registro de investigación

*Estado al 2 de octubre de 2026.* Las notas siguientes registran problemas abiertos surgidos durante la construcción del ensayo. No forman parte de sus resultados establecidos. Incluyen conjeturas, resultados por demostrar, extensiones que requieren modificar supuestos y problemas de identificación empírica.

**RI-01** Clases de equivalencia monetaria de ejecuciones:

$$\pi \sim_{M_0} \pi' \iff m_{0,a}(\pi) = m_{0,a}(\pi') \quad \forall a.$$

Pregunta: caracterizar transformaciones que preservan los mínimos sin enumerar todas las permutaciones.

**RI-02** Optimización:

$$M_0^{\min} = \min_{\pi \in \Pi_{\text{adm}}} M_0(\pi), \quad M_0^{\max} = \max_{\pi \in \Pi_{\text{adm}}} M_0(\pi).$$

Preguntar por el rango de necesidades monetarias admitido por una misma reproducción institucionalizada.

**RI-03** Determinar extremos sin enumeración. Buscar cotas a partir de la estructura de red: precedencias, ciclos, concentración y posiciones de los agentes; pasar de la enumeración combinatoria a teoremas estructurales.

**RI-04** Complejidad computacional. Determinar si  $\arg \min M_0$  bajo precedencias generales se corresponde con clases conocidas de complejidad en programación u optimización sobre grafos; el dominio enorme de M6S vuelve económicamente relevante el problema.

**RI-05** Adelanto agregado frente a vector:

$$\mathbf{m}_0(\pi) = (m_{0,1}, \dots, m_{0,N}).$$

El vector puede ser más primitivo que su suma; dos ejecuciones con el mismo  $M_0$  pueden ser distributivamente distintas.

**RI-06** Orden parcial/Pareto entre arquitecturas:

$$\mathcal{A}_1 \leq_M \mathcal{A}_0 \iff m_{0,a}(\mathcal{A}_1) \leq m_{0,a}(\mathcal{A}_0) \quad \forall a.$$

Una arquitectura puede reducir  $M_0$  agregado y, al mismo tiempo, trasladar la necesidad de liquidez hacia otro agente.

- RI-07** Segregación de liquidez. Recuperar un indicador  $S(\pi)$  de fragmentación entre cajas incapaces de prestarse liquidez; tratarlo como dimensión distinta de  $M_0$ .
- RI-08** *Pooling*/transferibilidad. Entre agentes completamente separados y una caja única, introducir una red de acceso a liquidez  $G_L$ ; distinguir necesidad genuina de disponibilidad y segmentación institucional de saldos.
- RI-09** Endogeneizar precedencias. Distinguir precedencias tecnológicas, contractuales, legales y financieras; estudiar cuáles pueden modificarse institucionalmente.
- RI-10** *Traverse* monetario. Formalizar la diferencia entre un estado compatible con la reproducción y el camino monetario que lo ejecuta. Una misma estructura admite múltiples *traverses* monetarios con distintos  $M_0$ ; conectar reproducción, *traverse* y secuenciación sin convertir la identidad reproductiva en mecanismo dinámico.
- RI-11** Granularidad/refinamientos. Si una transferencia  $w$  se reemplaza operativamente por  $w_1 + \dots + w_k = w$ , estudiar qué ocurre con  $M_0$  y bajo qué condiciones el refinamiento lo reduce, aumenta o preserva; no suponer monotonicidad.

- RI-12** Continuización. Explorar el límite de los refinamientos hacia una circulación continua. Candidato:

$$M_0[c] = \sum_{a \in \mathcal{A}} [-\inf_t c_a(t)]_+.$$

Conectar así la construcción combinatoria con circuitos monetarios continuos.

- RI-13** Tiempo efectivo endógeno. La versión actual demuestra la invariancia ante una recolocación calendaria pura; introducir efectos de duración mediante intereses, vencimientos, salarios recurrentes, impagos y límites de crédito.
- RI-14** Costo del adelanto. Dos ejecuciones con igual  $M_0$  pueden inmovilizar liquidez durante duraciones distintas. Candidato:

$$\mathcal{C}_{\text{adv}}(\pi) = \sum_{a \in \mathcal{A}} \int r_a(t) [-b_a(t)]_+ dt.$$

El calendario reaparece entonces económicamente.

- RI-15** Stock mínimo frente a liquidez-tiempo:

$M_0$  = requerimiento máximo de disponibilidad,

$$\Lambda_{LT} = \sum_{a \in \mathcal{A}} \int [-c_a(t)]_+ dt.$$

No confundir ambas magnitudes.

- RI-16** Financiación como segundo problema de asignación. Después de determinar  $m_0$ , introducir financiadores  $f$ , prestatarios  $a$ , instrumentos  $m$  y fechas:

$m_0 \longrightarrow$  problema de cobertura financiera.

Preservar la necesidad antes de especificar su mecanismo.

- RI-17** Creación monetaria durante la ejecución. El *benchmark* excluye nuevo crédito; relajar exactamente este supuesto y estudiar cuándo la financiación sólo modifica la factibilidad y cuándo altera también la trayectoria mediante nuevos pagos, intereses u obligaciones.
- RI-18** Jerarquía monetaria operacional. La sección V contiene  $\text{Acc}(e)$ ,  $\text{Access}(a)$  y emisores. Sustituir el  $M_0$  escalar por un problema vectorial de factibilidad monetaria: cantidades de instrumentos, convertibilidad y obligaciones.
- RI-19** Conversión entre instrumentos. Introducir una red  $m_i \rightarrow m_j$  con costos, límites y tiempos. Una dotación nominalmente suficiente puede ser operacionalmente insuficiente; la jerarquía monetaria pasa a ser objeto del modelo.
- RI-20** Dinero estatal y restricciones fiscales como caso especial, no como cierre general. Estudiar qué cambia cuando el emisor también define obligaciones denominadas en su unidad; no deducir automáticamente de ello el circuito monetario completo.
- RI-21** Reflujo débil/fuerte. Definir por separado recuperación del saldo, recuperación del adelanto, cancelación del pasivo y retorno del capital-dinero; buscar condiciones de coincidencia y separación.
- RI-22** Reproducción periódica. Concatenar ciclos  $\pi^{(1)}, \pi^{(2)}, \dots$ ; el saldo terminal de un ciclo se convierte en saldo inicial del siguiente. El adelanto de estado estacionario puede diferir del requerimiento de puesta en marcha.
- RI-23** Reproducción ampliada genuinamente dinámica. Permitir que la ejecución en  $t$  determine parte de  $Z_{t+1}$ ,  $F_{t+1}$  y  $Y_{t+1}$ . Sólo entonces secuenciación y reproducción interactúan dinámicamente.
- RI-24** Perturbaciones/robustez. Introducir retraso, reducción o fallo de un pago y preguntar cuántas obligaciones posteriores se vuelven inviables. Definir fragilidad como objeto distinto de  $M_0$ .

- RI-25** Intercambio liquidez–robustez. No suponer que mín  $M_0$  sea económicamente óptimo. Estudiar una frontera entre adelanto, demora, robustez y concentración de riesgo; posible puente con la literatura de sistemas de pagos.
- RI-26** Identificación empírica. Determinar qué datos serían necesarios para reconstruir  $M_0$  en una economía real. Una MIP no basta: se requieren obligaciones, agentes, vencimientos, procedimiento de liquidación y reglas de reutilización; identificar qué observables corresponden a cada capa.
- RI-27** Agregación. Una MIP agrega empresas y operaciones; la agregación elimina estados intermedios y transferencias internas. Estudiar  $M_0$ (micro) frente a  $M_0$ (agregado) sin suponer invariancia y evaluar el posible sesgo de agregación en el adelanto requerido.
- RI-28** Condiciones de invariancia bajo agregación. Caracterizar cuándo fusionar dos agentes deja  $M_0$  sin cambio y cuándo lo reduce mediante *pooling* implícito; conectar integración vertical, unidades institucionales y necesidad monetaria.
- RI-29** Descomposición del cambio en  $M_0$ . Entre arquitecturas  $\mathcal{A}_0$  y  $\mathcal{A}_1$ , atribuir  $\Delta M_0$  a obligaciones, orden, reutilización, atomicidad, instrumentos y acceso. La descomposición puede no ser aditivamente separable; preguntar cuándo existe una descomposición exacta.
- RI-30** Problema inverso:

$$\mathcal{A} \longrightarrow M_0$$

frente a

$$M^* \longrightarrow \{\mathcal{A} : M_0(\mathcal{A}) \leq M^*\}.$$

Dada una disponibilidad limitada, preguntar qué organizaciones de pagos hacen ejecutable la reproducción. La construcción se convierte así en un problema de diseño institucional.